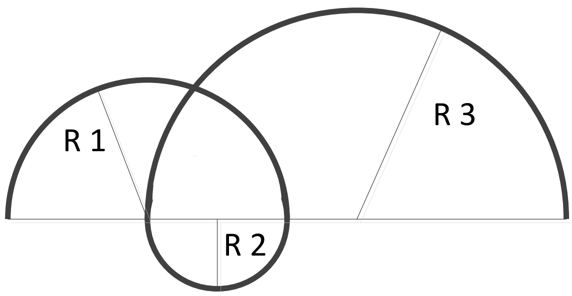
Первый этап Всесибирской Открытой Олимпиады Школьников по физике
10 ноября 2024 г.
11 класс

1. Электрон дрейфует на границе двух областей с различными магнитными полями. В верхней области поле меняется скачком с $\boldsymbol{B_1}$ на $\boldsymbol{B_3}$ с периодом $\boldsymbol{T}=(\boldsymbol{2\cdot\pi\cdot m_e})/(\boldsymbol{eB})$, возвращаясь к изначальному значению. В нижней области поле постоянно и равно $\boldsymbol{B_2}$. Скорость электрона постоянна и равна по модулю $\boldsymbol{V}$. Найти среднюю скорость электрона за большой период времени если каждая из частей его траектории представляет собой полуокружность. Поля соотносятся как $\boldsymbol{B_1}$: $\boldsymbol{B_2}$: $\boldsymbol{B_3} = \boldsymbol{B}$: $\boldsymbol{2B}$: $\boldsymbol{0{,}5B}$, а следить за электроном начали в момент $\boldsymbol{T_0}=(\boldsymbol{\pi\cdot m/2eB})$ в момент, когда он перешел в верхнюю область.

Возможное решение

$$T_{\text{обр}} = \frac{2\pi m}{qB}$$



$$t_1 = \frac{\pi R_1}{v} = \frac{\pi m}{qB}(1)$$

$$t_2 = \frac{\pi R_2}{v} = \frac{\pi m}{2qB}(1)$$

$$t_3 = \frac{\pi R_3}{v} = \frac{2\pi m}{qB}(1)$$

$$R_1 = \frac{mv}{qB}$$

$$R_2 = \frac{mv}{2qB}$$

$$R_3 = \frac{2mv}{qB}$$

Заметим: $t_1 + 2t_2 = t_3$

Тогда повторяющийся сегмент $R_1 \to R_2 \to R_3 \to R_2(1)$ и период движения $T = t_1 + 2t_2 + t_3(2)$

$$\frac{\pi R_1}{v} + \frac{2\pi R_2}{v} = \frac{R_3}{v} \to R_1 + 2R_2 = R_3$$

$$l = 2(R_1 - 2R_2 + R_3)N = 2(R_1 - 2R_2 + R_1 + 2R_2)N = 4R_1N(2)$$

$$T = \frac{N}{v}(\pi R_1 + 2\pi R_2 + \pi R_3) = \frac{\pi N}{v}(2R_1 + 4R_2) = \frac{2\pi N}{v}(R_1 + 2R_2) = \frac{4\pi N R_1}{v}$$

$$v_{\text{ср}} = \frac{l}{T}(1) = \frac{4R_1 N v}{4\pi N R_1} = \frac{v}{\pi}(1)$$

Примечание: *Если ученик задал направление полей не как в авторском решении, меняется знак при вычислении l и итоговый ответ может быть равен например* $\frac{2v}{\pi}$ *(поле* B_2 *противонаправлено другим полям)*

2. Снаряд, подвешенный на некоторой высоте от поверхности земли, взрывается, разлетаясь на два одинаковых осколка. Один из осколков упал на расстоянии $\boldsymbol{L_1}$ по горизонтали от места подвески снаряда. Вектор скорости осколка в момент падения был направлен под углом $\boldsymbol{\alpha}$ к поверхности земли. Второй осколок упал на расстоянии $\boldsymbol{L_2}$. На какой высоте был подвешен снаряд? Ускорение свободного падения $\boldsymbol{g}$. Массой взрывчатого вещества и сопротивлением воздуха пренебречь. Веревка не мешает разлету осколков.

Возможное решение

Из закона сохранения импульса следует, что скорости осколков противоположны.(1б)

Поскольку изменение знака скорости эквивалентно отражению времени, оба осколка летят по одной траектории в противоположные стороны.(1б)

Уравнение траектории получается исключением времени из

$$x = v\cos(\alpha)t;\ y = v\sin(\alpha)t - \frac{gt^2}{2}$$,(2б)

$$y = xtg(\alpha) - \frac{gx^2}{2v^2\cos^2(\alpha)}$$.(1б)

Оба расстояния x = L_1 и x = L_2 являются корнями уравнения

$$h = xtg(\alpha) - \frac{gx^2}{2v^2\cos^2(\alpha)}$$ (2б).

Из теоремы Виета

$$L_1 + L_2 = \frac{2v^2\sin(\alpha)\cos(\alpha)}{g}$$ (1б), $$L_1L_2 = \frac{2hv^2\cos^2(\alpha)}{g}$$ (1б),

откуда получаем ответ

$$h = \frac{L_1L_2}{L_1 + L_2}tg(\alpha)$$ (1б)

3. Подводная лодка движется на скорости $\boldsymbol{V_{лодки}}$ = 20 м/с на глубине $\boldsymbol{h}$ = 500 м с лобовым сечением $\boldsymbol{S}$ = 100 $м^2$. Лодка попадает в водоросли, которые движутся навстречу со скоростью $\boldsymbol{V_{водоросли}}$ = 5 м/с относительно неподвижной воды. Плотность водорослей составляет $\boldsymbol{\rho_{alg}}$ = 50 $г/м^3$. Считать, что столкновение водорослей с лодкой происходит неупруго. Также водоросли создают силу трения $\boldsymbol{F_f = khS}$, где $\boldsymbol{k} = 2 \times 10^{-3}$ $Н/м^3$. На сколько должна возрасти сила тяги $\boldsymbol{\Delta F}$ двигателя, чтобы скорость лодки не изменилась?

Решение

1. Скорость относительного движения

Общая относительная скорость между подводной лодкой и водорослями $V_{отн}$ будет равна сумме скоростей:

$V_{отн} = V_{лодки} + V_{водоросли}$ = 20 м/с + 5 м/с = 25 м/с (1б)

2. Масса водорослей, сталкивающаяся с лодкой

Масса водорослей, сталкивающаяся с лодкой за единицу времени:

$\Delta m/\Delta t = \rho algSV_{отн}$ = 0.05 × 100 × 25 = 125 кг/с (2б)

3. Изменение импульса системы

Изменение импульса системы будет равно:

$\Delta p = \Delta m \cdot V_{отн}$ = 125 кг × 25 м/с = 3125 кг・м/с (2б)

Сила тяги, необходимая для компенсации изменения импульса:

$\Delta F_{импульс} = \Delta p/\Delta t$= 3125Н (2б)

4. Дополнительная сила трения

Сила трения от водорослей, которая действует на лодку, зависит от глубины:

Ff = khS = 2 × 10−3 × 500 × 100 = 100Н (1б)

5. Общая возросшая сила тяги

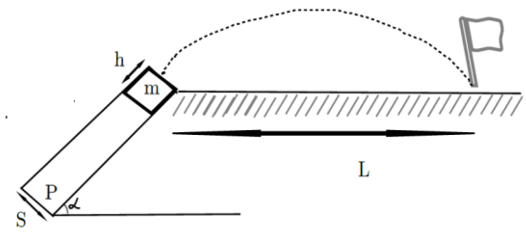
Общая сила тяги, необходимая для компенсации изменения импульса, снижения скорости и силы трения:

$\Delta F_{общая} = \Delta F_{импульс} + F_f$ = 3125 + 100 = 3225Н(1б+1б)

Ответ

Сила тяги двигателя должна возрасти на ΔFобщая = 3225 Н, чтобы скорость подводной лодки не изменилась при столкновении с движущимися водорослями.

4. В цилиндре, наклонённом под углом $\boldsymbol{\alpha}$ = 30° к горизонту, находится поршень массой $\boldsymbol{M}$, на который положен груз массой $\boldsymbol{m}$ >> $\boldsymbol{M}$. Под поршнем — одноатомный идеальный газ при давлении $\boldsymbol{P}$ и температуре $\boldsymbol{T}$ (в кельвинах). Площадь основания цилиндра равна $\boldsymbol{S}$. После нагрева газа при постоянном объеме начинается его расширение при постоянном давлении, и поршень поднимается на $\boldsymbol{h}$, и тем самым подбрасывает груз $\boldsymbol{m}$, лежащий на поршне. Определите, на какое количество теплоты $\boldsymbol{Q}$ нужно нагреть поршень, чтобы дальность полета груза была $\boldsymbol{L}$ метров. Сопротивлением воздуха и трением внутри цилиндра пренебречь.



Возможное решение:

Найдем скорость через дальность:

$$L = \frac{2(v\cos\alpha)(v\sin\alpha)}{g} \rightarrow v^2 = \frac{Lg}{\sin 2\alpha} \qquad (3б)$$

Первое начало термодинамики:

$$Q = A + \Delta U \qquad (1б)$$

$$Q = \Delta U + \frac{(m+M)v^2}{2} + (m+M)gh\sin\alpha + P_{атм}Sh \qquad (2б)$$

$$P = P_{атм} + \frac{(m+M)g\sin\alpha}{S} \qquad (2б)$$

Подставим $P_{атм}$:

$$Q = \Delta U + \frac{(m+M)v^2}{2} + PSh$$

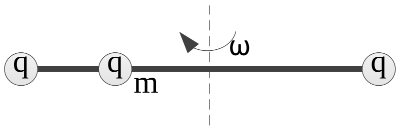
$$\Delta U = \frac{3}{2}\vartheta R(T_к - T) \qquad (1б)$$

Итого:

$$Q = \frac{3}{2}\vartheta R(T_к - T) + \frac{(m+M)Lg}{2\sin 2\alpha} + PSh \qquad (1б)$$

Примечание: *Количество в-ва при решении можно положить известным или равным единице. В изначальном варианте h = Δh и указано на рисунке. Решение, где вся теплота пошла на работу по подъему и ускорению поршня с грузом оценить в 7 баллов. Введение необходимой $T_к$ (или использование $P_к$), не данных в условии задачи считать верным.*

5. Шарик массы $\boldsymbol{m}$ и зарядом $\boldsymbol{q}$ расположен на горизонтальном стержне длины $\boldsymbol{L}$ и может без трения скользить вдоль него. На концах стержня неподвижно закреплены заряды $\boldsymbol{q}$. Стержень раскрутили с угловой скоростью $\boldsymbol{\omega}$ вокруг вертикальной оси, проходящей через центр стержня. На каком расстоянии от центра стержня расположится подвижный шарик?



Возможное решение

$$m\omega^2 x = \frac{kq^2}{r_1^2} - \frac{kq^2}{r_2^2}\,(2б) = \frac{kq^2\left(\left(\frac{L}{2}+x\right)^2 - \left(\frac{L}{2}-x\right)^2\right)}{\left(\frac{L}{2}+x\right)^2\left(\frac{L}{2}-x\right)^2}\,(2б) = \frac{2kq^2xL}{(L^2-x^2)^2}\,(1б)$$

$$m\omega^2 = \frac{2kq^2L}{\left(\left(\frac{L}{2}\right)^2 - x^2\right)^2}\,(1б)$$

$$((\frac{L}{2})^2 - x^2)^2 = \frac{2kq^2L}{m\omega^2}$$

$$(\frac{L}{2})^2 - x^2 = \sqrt{\frac{2kq^2L}{m\omega^2}}\,(2б)$$

$$x = \sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2 - \sqrt{\frac{2kq^2L}{m\omega^2}}}\,(2б)$$

Задача не считается решенной, если приводится только ответ!
Желаем успеха!